

*Поліщук О. С., здобувачка 2 курсу спеціальності 122 Комп'ютерні науки, Поремський Ю. В., канд. техн. наук, старший викладач кафедри інформаційних технологій*

## **ЧИСЕЛЬНІ МЕТОДИ РОЗВ'ЯЗАННЯ НЕЛІНІЙНИХ РІВНЯНЬ**

*Донецький національний університет імені Василя Стуса, м. Вінниця*

Нелінійне рівняння – це рівняння, яке включає хоча б один член з нелінійною функцією від невідомої змінної або її похідних. Головна різниця між нелінійними та лінійними рівняннями полягає в тому, що в лінійних рівняннях усі члени є лінійними функціями невідомої змінної та її похідних. До найбільш відомих методів розв'язання нелінійних рівнянь належать метод Ньютона, метод простої ітерації та метод хорд.

Метод Ньютона, який також відомий як метод дотичних, застосовується для розв'язування нелінійних рівнянь. В цьому методі задається інтервал  $[a, b]$  з єдиним розв'язком, початкове наближення розв'язку  $x \in [a, b]$  та задана точність  $\varepsilon > 0$ .

На кожній ітерації методу поточне наближення  $x_k$  обчислюється. Наступне наближення  $x_{k+1}$  визначається шляхом проведення дотичної до графіка функції  $f(x)$ , у точці  $x_k f(x_k)$ , і визначення точки перетину цієї дотичної з віссю  $x$ . Пошук розв'язку припиняється, коли значення функції  $f(x_k)$  стає меншим за задану точність  $\varepsilon$ .

Для визначення цієї точки перетину використовуємо формулу, яка дає змогу знаходити корені рівняння:

$$x_{k+1} = x_k - \frac{f(x_k)}{f'(x_k)}, \quad (k = 0, 1, 2, \dots).$$

Перед застосуванням методу Ньютона необхідно впевнитися в деяких умовах:

- 1) необхідно знайти відрізок, на якому знаходиться шуканий корінь рівняння;
- 2) переконатися, що на цьому відрізку знаки першої та другої похідних не змінюються. У випадку зміни знаків потрібно зменшити розмір початкового відрізка;
- 3) обрати будь-яку початкову точку в межах відрізка ізоляції, де виконується умова  $f(x) * f''(x) > 0$ .

Метод простої ітерації – метод обчислення нерухомої точки функції, один з методів наближеного розв'язування інтегральних лінійних рівнянь. Головна ідея методу полягає в тому, щоб перетворити нелінійне рівняння на ітераційний процес, у якому послідовно обчислюються значення змінної до досягнення необхідної точності або досягнення максимальної кількості ітерацій. Це досягається шляхом вибору початкового наближення та застосування ітеративної формули, яка в кожній ітерації покращує наближення до розв'язання рівняння. Такий процес дає змогу знаходити наближений розв'язок навіть для складних нелінійних рівнянь, які не мають аналітичних розв'язків.

Метод простої ітерації полягає в тому, що рівняння  $f(x) = 0$  приводиться до вигляду:

$$x = \varphi(x),$$

тоді ітерації виконуються за правилом:

$$x_{n+1} = \varphi(x_n), \quad (n = 0, 1, \dots),$$

причому задається початкове наближення  $x_0$ .

Коли обчислювальний процес збігається до кореня  $\alpha$  рівняння  $f(x) = 0$ , тобто  $\alpha = \varphi(\alpha)$ , за умови, що функція  $\varphi(x)$  визначена і неперервна на відрізку, де знаходиться корінь, можна встановити зв'язок між похибками обчислень на двох сусідніх ітераціях.

Різниця між наближенням  $x_{n+1}$  і справжнім значенням кореня  $\alpha$  рівняння може бути приблизно виражена як  $\varepsilon_{n+1} = \varphi(x_n) - \varphi(\alpha)$ . Це може бути приблизно записано як  $\varepsilon_{n+1} \approx \varphi'(x^*)x_n$ , де  $x^*$  знаходиться між  $x_n$  і  $\alpha$ .

Цей метод є простим у реалізації та ефективним для багатьох типів нелінійних рівнянь. Однак вибір підходящої функції перетворення може бути складним завданням, і неправильний вибір може призвести до незбіжності методу [2].

Приклад методу ітерації:

Маємо рівняння  $x^2 - 4x + 3 = 0$ . Ми можемо застосувати метод простої ітерації, переписавши це рівняння у вигляді  $x = \varphi(x)$ .

Запропонуємо таку функцію перетворення:  $\varphi(x) = \frac{x^2 + 3}{4}$ .

Розглянемо процес ітерації:

- 1) обираємо початкове наближення  $x_0$ ;
- 2) застосовуємо функцію перетворення:  $x_1 = \varphi(x_0)$ ;
- 3) повторюємо крок 2 до досягнення необхідної точності або досягнення максимальної кількості ітерацій.

Для початку виберемо  $x_0 = 0$  як початкове наближення:

$$x_1 = \varphi(x_0) = \frac{0^2 + 3}{4} = \frac{3}{4} = 0,75;$$

$$x_2 = \varphi(x_1) = \frac{(0,75)^2 + 3}{4} = \frac{3,5625}{4} = 0,890625;$$

$$x_3 = \varphi(x_2) = \frac{(0,890625)^2 + 3}{4} = \frac{3,793212890625}{4} = 0,94830322265625.$$

Далі продовжуємо ітерувати, поки не досягнемо потрібної точності або не виконаємо задану кількість ітерацій.

Метод Ньютона та метод простої ітерації є двома ефективними числовими методами для розв'язання нелінійних рівнянь.

Метод Ньютона зазвичай збігається швидше за метод простої ітерації, особливо у випадках, коли корінь розташований близько до початкового наближення. Проте для його застосування потрібно обчислювати похідну функції, що може бути складним завданням, та враховувати особливості вибору початкового наближення, оскільки неправильний вибір може призвести до незбіжності методу.

З іншого боку, метод простої ітерації є більш простим у реалізації і не вимагає обчислення похідної функції. Він може збігатися повільніше, але зазвичай менш схильний до незбіжності через вибір відповідної функції перетворення та початкового наближення.

Отже, обидва методи мають свої переваги та недоліки, і вибір між ними зазвичай залежить від конкретних умов задачі та потреб точності.

#### Список використаних джерел

1. Чисельні методи: навчальний посібник / Л. О. Волонтир, О. В. Зелінська, Н. А. Потапова, І. А. Чіков. *Вінницький національний аграрний університет*. Вінниця: ВНАУ, 2020. 322 с.
2. Фельдман Л. П., Петренко Ф. І., Дмитрієва О. А. Чисельні методи в інформатиці. Київ. Видавнича група BNV, 2006. 480 с.

#### УДК 004.02

*Бадіка М. М., здобувачка 2 курсу спеціальності 122 Комп'ютерні науки, науковий керівник:  
Римар П. В., старший викладач кафедри інформаційних технологій*

### РОЛЬ СЕРВІСІВ ХМАРНИХ ОБЧИСЛЕНЬ У СУЧАСНІЙ ІНДУСТРІЇ

*Донецький національний університет імені Василя Стуса, м. Вінниця*

Сервіси хмарних обчислень набули значного значення в індустріальному ландшафті, надаючи компаніям можливість ефективно використовувати обчислювальні ресурси без необхідності власної інфраструктури. Актуальність цих досліджень щодо визначення ролі сервісів хмарних обчислень у сучасній індустрії обумовлена розвитком цифрового простору та сучасними інформаційними технологіями.

Дефініція «хмара» у системі прикладних та інформаційних технологій отожднюється з хмарними обчисленнями або хмарними сервісами, що використовують обчислювальні ресурси і доступні через інтернет, зокрема обчислювальна потужність, зберігання даних та програмне забезпечення. У сфері хмарних обчислень користувачі не мають необхідності безпосередньо володіти або керувати фізичним обладнанням, натомість вони можуть споживати ресурси за потребою та оплачувати лише за фактичне їх використання.

Ідею хмарних обчислень можна простежити до 1960-х років, коли вчений-інформатик Дж. С. Р. Ліклайдер запропонував концепцію «Міжгалактичної комп'ютерної мережі». Ця ідея й заклала основу для майбутнього інтернету. Багато авторів визначають принцип поділу часу (англ. *time-sharing*) у використанні комп'ютерів у 1960–1970-х роках як ранні хмарні обчислення, однак він відрізняється від сучасного поняття. Хмарні обчислення стали можливими й набули популярності, коли інтернет став швидким і надійним [3].

Хмарні обчислення почали розвиватися у 2000-х роках, проте їх популярність значно зросла останніми десятиліттями. Вони забезпечують доступ до обчислювальних ресурсів через інтернет, що дає змогу компаніям масштабувати свої операції без значних витрат на обладнання та обслуговування.

Хмарні сервіси поділяються на кілька основних категорій залежно від наданих функцій: