

автомобіль, збільшує вагу графа, що відповідає новій вулиці, на яку потрапив автомобіль. З цієї позиції для автомобіля перераховується новий оптимальний маршрут, що враховує зміни в транспортній мережі міста за час переміщення автомобілю на нове ребро мультиграфа, що дає можливість водію завжди мати актуальний оптимальний шлях до його кінцевої точки [3,4].

Список літератури

1. Jason Sewall, Jur van den Berg, Ming C. Lin, and Dinesh Manocha. *Virtualized Traffic: Reconstructing Traffic Flows from Discrete Spatiotemporal Data*. *IEEE transactions on visualization and computer graphics*, vol. 17, no. 1, 2011, p.26-37.
2. Pan, J., Popa, I.S., Zeitouni, K., Borcea, C.: *Proactive vehicular traffic rerouting for lower travel time*. *IEEE Trans. Veh. Technol.* 62(8), 3551 (2013). <https://doi.org/10.1109/TVT.2013.2260422>.
3. Mohammed Quddus, Simon Washington. *Shortest path and vehicle trajectory aided map-matching for low frequency GPS data*. *Transportation Research Part C: Emerging Technologies*. Volume 55, June 2015, P. 328-339. <https://doi.org/10.1016/j.trc.2015.02.017>
4. Xiaolei Ma, Yi Li, Peng Chen. *Identifying spatiotemporal traffic patterns in large-scale urban road networks using a modified nonnegative matrix factorization algorithm*. *Journal of Traffic and Transportation Engineering (English Edition)* V.7, Is.4, 2020, P. 529-539.

УДК 004.9

Тарановський П.Ю., студент 2
курсу спеціальності 122
«Комп'ютерні науки»
Потапова Н. А., к.е.н., доцент,
доцент кафедри інформаційних
технологій

ЧИСЕЛЬНІ МЕТОДИ

Донецький національний університет імені Василя Стуса, м. Вінниця

В наш час, коли надзвичайно швидкими темпами розвивається наука і техніка, людина освоює все нові і нові галузі, все більше проникає як в надра землі, так і за її межі. З'являється багато нових і досить складних задач, рішення яких потребує нових методів і нових підходів. Зокрема, надзвичайно велика кількість задач електроніки, електротехніки, механіки, кібернетики та ряду інших галузей науки вимагають від вчених та інженерів вирішення досить складних математичних задач, які вимагають певного аналізу та нестандартного підходу до вирішення.

Сучасний світ неможливо уявити без використання комп'ютерних технологій. Зараз комп'ютер використовується у багатьох сферах людського життя. Зараз обчислення залишаються одним із основних видів застосування ЕОМ. Хоча комп'ютер дуже швидко виконує прості арифметичні дії, без спеціальних програм він не в змозі проводити складні обчислення. Тому постає задача алгоритмізувати поставлене завдання, тобто перевести його в зрозумілу для ЕОМ форму.

З'являються задачі, які не можна розв'язати за допомогою класичної математики і отримати точний розв'язок, і в загальні досить часто про отримання точного розв'язку не доводиться говорити, оскільки отримати його при існуючих умовах просто неможливо. Тож ставляться задачі отримати приблизні розв'язки, але якомога близькі до точних. Тому в таких задачах використовуються наближені методи рішення тієї чи іншої задачі. Зокрема, найбільш поширеними є підходи до аналізу та розв'язку нелінійних рівнянь за функціями однієї змінної. Найбільш поширеними при цьому є: метод дихотомії, метод простої ітерації, метод Ньютона.

При розв'язку рівнянь методом дихотомії, отримують корні, звуження яких відбувається шляхом половинного поділу інтервалу значень. В цьому методі спочатку обчислюється значення функції в точках, що розташовані через рівні інтервали на осі x . Коли $f(x_n)$ і $f(x_{n+1})$ мають протилежні знаки, знаходять $x_{cp} = \frac{x_{n+1} + x_n}{2}$, $f(x_{cp})$. Якщо знак $f(x_{cp})$ збігається зі знаком $f(x_n)$, то надалі замість x_n використовується x_{cp} . Якщо ж $f(x_{cp})$ має знак, протилежний $f(x_n)$, тобто збігається зі знаком $f(x_{n+1})$, то на x_{cp} замінюється x_{n+1} . За умову припинення ітераційного процесу доцільно брати умову $|x_{n+1} - x_n| \leq \varepsilon$, де ε - задана похибка. Метод має малу швидкість збіжності, оскільки інтервал, де знаходиться корінь, з кожним кроком зменшується не більше ніж в два рази. (рис. 1) [1, 2]

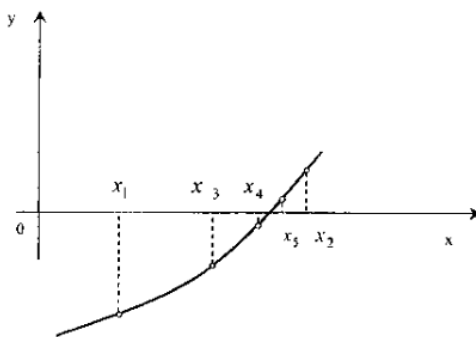


Рис. 1 Графічне зображення методу дихотомії

Метод Ньютона (також відомий як метод дотичних) – це ітераційний чисельний метод знаходження кореня заданої функції. [3, 4, 5] Метод був вперше запропонований англійським фізиком, математиком та астрономом Ісаком Ньютоном (1643-1727 рр.). Пошук рішення здійснюється шляхом побудови послідовних наближень і ґрунтується на принципах простої ітерації. Метод має квадратичну збіжність. Поліпшенням методу є метод хорд і дотичних. Також метод Ньютона може бути використаний для вирішення задач оптимізації, в яких потрібно визначити нуль першої похідної або градієнта, у разі багатовимірного простору. Метод Ньютона полягає в побудові дотичної до графіка функції в обраній точці. Наступне наближення знаходиться як точка перетину дотичної з віссю OX. В основі цього методу лежить розкладання функції в ряд Тейлора:

$$(f'(x_0))^2 > f'(x_0)f(x_0) > 0$$

Члени що містять h у другому і більших степенях відкидаються і в результаті

отримується наближена формула для оцінки X_{n+1} : $x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)}$, але оскільки цей метод є наближеним, то логічно буде якщо для нього задавати певну похибку і тоді наближене значення кореня буде визначатися з виконання наступної умови: $|x_{n+1} - x_n| < \Delta$, де дельта певна задана похибка. Швидкість збіжності цього алгоритму значною мірою залежить від вірного вибору початкової точки. Коли в процесі обчислень кут нахилу дотичної $f'(x)$ перетворюється на нуль, застосування цього методу ускладнюється. Можна також показати, що у випадку дуже великих значень $f'(x)$ чи кратних коренів метод Ньютона стає неефективним.

Метод простої ітерації [5, 6], званий також методом послідовного наближення, – це математичний алгоритм знаходження значення невідомої величини шляхом поступового її уточнення. Суть цього методу в тому, що, як видно з назви, поступово висловлюючи з початкового наближення наступні, отримують все більше уточнені результати. Цей метод використовується для пошуку значення змінної в заданій функції, а також при вирішенні систем рівнянь, як лінійних, так і нелінійних. Цей метод можна використовувати лише якщо доведена збіжність ітераційного алгоритму. В цьому методі процес розв'язання потрібно починати з пошуку інтервалу збіжності. Умовою збіжності є те що максимальне значення 1-ої похідної правої частини рівняння $X=g(x)$ (до такого вигляду потрібно привести вихідне рівняння $f(x)=0$) повинна бути менша за 1. Якщо умова не виконується, то алгоритм не збіжний. Коли в інтервалі збіжності немає коренів, треба застосовувати інші методи або приходити до рівняння $X=g(x)$ через інші способи.

Таким чином, з аналізу використання даних методів можна зробити висновок, про найкращу збіжність методу простої ітерації у порівнянні з іншими. Проте, найбільш придатним для алгоритмізації є метод дихотомії.

Список літератури

1. URL: https://studopedia.com.ua/1_352513_metod-polovinnogo-dilennya.html
2. URL: <https://azkurs.org/metod-neyutona-dlya-resheniya-nelinejnih-uravnenij.html?page=3>
3. URL: https://web.posibnyky.vntu.edu.ua/fksa/2kvetnyj_komp%27yuterne_modelyuvannya_sytem_procesiv/t1/311..htm
 а. https://stud.com.ua/180910/prirodoznnavstvo/metod_prostoyi_iteratsiyi_znahodzhennya_koreniv_neliniynih_rivnyan
4. URL: <https://studfile.net/preview/7769366/page:5/>
5. URL: https://studopedia.com.ua/1_131206_metod-prostoi-iteratsii.html
6. Волонтир Л.О., Зелінська О.В., Потапова Н.А., Чіков І.А. Чисельні методи. Навчальний посібник. Вінниця: ВНАУ. 2020. 322 с.

УДК 517.54

Трофименко О. Д., к.ф.-м.н., доцент кафедри
прикладної математики