

*Балюра Б.П. студент 1 курсу
спеціальності 122 «Комп'ютерні науки»
Науковий керівник:
Гончар В.М. асистент кафедри
інформаційних технологій*

АЛГОРИТМ ЗНАХОДЖЕННЯ МАКСИМАЛЬНОГО ПОТОКУ В МЕРЕЖАХ

Донецький національний університет імені Василя Стуса, м. Вінниця

Задача знаходження максимального потоку в мережах є однією з фундаментальних задач дискретної математики і теорії графів. Ця задача полягає в пошуку максимального потоку, який може пройти від джерела до стоку в мережі, де дуги між вершинами мережі мають ваги, що відображають їх пропускну здатність. Оптимізація алгоритмів знаходження максимального потоку є важливим завданням, оскільки такі алгоритми використовуються в різних сферах, включаючи транспортні мережі, електричні мережі та інші. Одним з найпоширеніших алгоритмів знаходження максимального потоку є алгоритм Форда-Фалкерсона. Основна ідея полягає в тому, що починаючи з потоку нульової величини, ми постійно шукаємо збільшення потоку з джерела до стоку, використовуючи шляхи, які ще не насичені [1].

Кроки алгоритму:

1. Ініціалізуємо потік на 0.
2. Поки існує шлях з джерела до стоку, знаходимо шлях з найменшою пропускну здатністю (тобто максимальний потік, який може бути перенесений цим шляхом).
3. Додаємо цей потік до загального потоку та зменшуємо пропускну здатність кожного ребра на цьому шляху на величину потоку.
4. Повторюємо кроки 2-3, поки не буде більше шляхів з джерела до стоку.
5. Повертаємо загальний потік.

Цей алгоритм завжди знаходить максимальний потік у мережі за скінченну кількість кроків. Проте, його ефективність залежить від властивостей мережі, зокрема від кількості вершин і ребер, а також від розміру максимального потоку. У найгіршому випадку складність алгоритму може досягати $O(E^2)$, де E - кількість ребер в мережі. Однак, існують більш ефективні алгоритми знаходження максимального потоку, такі як алгоритм Дініца та алгоритм Едмондса-Карпа. Алгоритм Дініца - це ефективний алгоритм знаходження

максимального потоку в графі. Його основна ідея полягає у поступовому покращенні потоку шляхом знаходження блокуючих потоків та зменшення довжини шляхів, по яких ці потоки протікають.

Опис алгоритму:

1. Ініціалізуємо потік у всіх ребрах на 0.
2. Поки існує шлях від джерела до стоку у ненульових ребрах, повторюємо наступні кроки:
 - a) Знаходимо шлях з джерела до стоку, використовуючи алгоритм BFS або DFS.
 - b) Знаходимо блокуючий потік цього шляху, який дорівнює мінімальній пропускній здатності серед усіх ребер, що входять до цього шляху.
 - c) Збільшуємо потік уздовж шляху на величину блокуючого потоку.
3. Обчислюємо максимальний потік, який дорівнює сумі потоків на всіх ребрах, що виходять з джерела.

Час роботи алгоритму Дініца становить $O(V^2E)$, де V - кількість вершин, а E - кількість ребер графу. Проте, застосування покращень, таких як удосконалення вибору шляхів або використання евристик для зменшення кількості шляхів, може значно скоротити час роботи алгоритму. Алгоритм Дініца є досить ефективним та простим у реалізації. Він широко використовується для розв'язання задач маршрутизації в мережах зв'язку та оптимізації розкладу енергопостачання, а також в інших областях, пов'язаних з мережевими потоками. Алгоритм Едмондса-Карпа є вдосконаленим варіантом алгоритму Форда-Фалкерсона, де на кожній ітерації знаходиться шлях від джерела до стоку з допомогою пошуку в ширину, але для кожної нової ітерації використовується потік, який протікає по знайденому шляху на попередніх ітераціях, що дозволяє значно зменшити кількість ітерацій. Складність алгоритму Едмондса-Карпа також $O(V^2E)$, але у більшості випадків він працює швидше за алгоритм Форда-Фалкерсона.

Окрім того, існують інші алгоритми, такі як алгоритм Голдберга-Тарьяна, який базується на понятті "залишкової мережі" та використовує "підіймання" та "перепустку" вершин для збільшення максимального потоку. Для оптимізації алгоритмів знаходження максимального потоку можуть використовуватись різні техніки, такі як покращення структури даних для зберігання мережі та її властивостей, використання евристик та природних методів оптимізації, таких як генетичні алгоритми та метаевристики. Оптимізація алгоритмів знаходження максимального потоку має велике значення для ефективного вирішення різних завдань у практичних додатках, таких як маршрутизація в мережах зв'язку, оптимізація роботи мереж енергопостачання та багато інших [2].

Для знаходження максимального потоку у великих мережах можна використовувати розподілені алгоритми, які дозволяють обчислювати потік у різних частинах мережі паралельно. Такі алгоритми можуть зменшити час

виконання задачі і дозволити обробляти мережі великої складності. Одним з практичних застосувань знаходження максимального потоку є маршрутизація в мережах зв'язку. У цьому випадку потік може представляти кількість даних, яку може передати мережа між двома точками за певний час. Знаходження максимального потоку може допомогти визначити оптимальний шлях для передачі даних у мережі. Оптимізація алгоритмів знаходження максимального потоку також має важливе значення у вирішенні задач оптимізації розкладу енергопостачання. У цьому випадку потік може відображати споживання енергії в різних точках мережі, а знаходження максимального потоку може допомогти збалансувати споживання енергії та зменшити загальну витрату електроенергії. Узагальнюючи, дослідження та оптимізація алгоритмів знаходження максимального потоку в мережах в дискретній математиці має велике значення для розв'язання різних задач у практичних додатках. Розуміння та вдосконалення цих алгоритмів допоможе досягти ефективного та оптимального використання ресурсів мережі в різних областях застосування [3].

Отже, знаходження максимального потоку в мережах є важливою задачею в дискретній математиці з різними практичними застосуваннями. Для її розв'язання використовуються різні алгоритми, такі як алгоритм Форда-Фалкерсона, алгоритм Едмондса-Карпа, алгоритм Дініця та інші. Знаходження максимального потоку може бути корисним для різних завдань, таких як маршрутизація в мережах зв'язку, оптимізація розкладу енергопостачання та інші. Оптимізація алгоритмів знаходження максимального потоку також є важливою, оскільки вона дозволяє зменшити час виконання задачі та підвищити ефективність використання ресурсів мережі. Розуміння та вдосконалення цих алгоритмів має велике значення для розв'язання різних задач у практичних додатках та забезпечення оптимального використання ресурсів мережі.

Список літературних джерел

1. Ревенчук, І., & Чуприна, А. (2018). Алгоритм Знаходження Максимального Потoku для Управління Комунікаційними Режимими Електричних Мереж в Системі «Smart City». «Інформаційні системи та технології» ICT-2018, 327.
2. Стьопкін, А. В., & Пластун, Д. А. (2016). Алгоритм Форда-Фалкерсона. Збірник наукових праць фізико-математичного факультету ДДПУ.—Слов'янськ: ДДПУ, 2016.—Випуск № 6—168 с. Для студентів, аспірантів та науковців в галузі фізико-математичних наук; вчителів та викладачів фізико-математичних дисциплін в ЗОШ та ВНЗ. РЕДАКЦІЙНА КОЛЕГІЯ, 84.