Список літератури

1.Stuart Russell, Peter Norvig Artificial Intelligence: A Modern Approach, 2004, Prentice Hall, ISBN 3-8273-7089-2

2.P. E. Hart, N. J. Nilsson, B. Raphael A Formal Basis for the Heuristic Determination of Minimum Cost Paths, IEEE Transactions on Systems Science and Cybernetics SSC4 (2), pp. 100—107, 1968.

3.P. E. Hart, N. J. Nilsson, B. Raphael Correction to «A Formal Basis for the Heuristic Determination of Minimum Cost Paths», SIGART Newsletter, 37, pp. 28-29, 1972.

4.Anthony Stentz Optimal and Efficient Path Planning for Partially-Known Environments, Original D paper, ICRA International Conference on Robotics and Automation, 2022.*

5. Introduction to the A Algorithm, URL: https://www.redblobgames.com/pathfinding/a-star/introduction.html.*

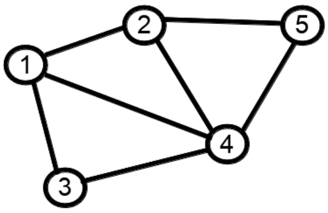
УДК 004.6

Бевзюк А.Ю., студентка 1 курсу
спеціальності 122 «Комп'ютерні науки»
Науковий керівник:
Гончар В.М., асистент кафедри
інформаційних технологій

ПОБУДОВА І ВИКОРИСТАННЯ МАТРИЦЬ СУМІЖНОСТІ І МАТРИЦЬ ВІДСТАНЕЙ

Донецький національний університет імені Василя Стуса, м. Вінниця

Дискретна математика — це розділ математики, який має справу з дискретними об'єктами, такими як цілі числа, графи та множини. Одним з підрозділів даної дисципліни, є теорія графів, у якій матриці суміжності та матриці відстаней є двома важливими інструментами для представлення та аналізу графів.



	1	**2**	**3**	**4**	**5**
1	0	1	1	1	0
2	1	0	0	1	1
3	1	0	0	1	0
4	1	1	1	0	1
5	0	1	0	1	0

Рис.1 Приклад неорієнтованого графа та його матриці суміжності

У теорії графів матриця суміжності — це квадратна матриця, яка представляє граф. Матриця має рядок і стовпець для кожної вершини в графі, а запис у позиції (i, j) дорівнює 1, якщо між вершинами i та j є ребро, і 0 в іншому випадку. Матрицю суміжності можна побудувати і для орієнтованого графа, і для неорієнтованого, і для графа з петлями [1].

$$a_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{якщо } (x_i, x_j) \in E \\ 0, & \text{якщо } (x_i, x_j) \notin E \end{cases}$$

Щоб побудувати матрицю суміжності для графа, можемо просто позначити рядки та стовпці вершинами графа та заповнити матрицю залежно від того, чи є ребро між кожною парою вершин. Якщо граф неорієнтований, матриця є симетричною (тобто aij = aji для всіх i та j). Якщо граф орієнтований, матриця може бути не симетричною, а запис у позиції (i, j) вказує, чи існує орієнтоване ребро від вершини i до вершини j.

Наприклад, розглянемо наступний граф:

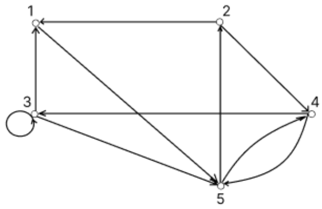


Рис.2 Орієнтований граф

Щоб побудувати матрицю суміжності для цього графа, ми можемо позначити рядки та стовпці вершинами від 1 до 5 і заповнити записи наступним чином:

	1	**2**	**3**	**4**	**5**
1	0	0	0	0	1
2	1	0	0	1	0
3	1	0	1	0	1
4	0	0	1	0	1
5	0	1	0	1	0

Рис.3 Матриця суміжності для орієнтованого графа

Ми побудували матрицю суміжності для орієнтованого графа (Рис.2). Зазначимо, якщо граф має зважені ребра, замість того, щоб установлювати для елемента значення 1, записуємо для нього вагу ребра.

Матриці суміжності мають кілька корисних застосувань. Наприклад, їх можна використовувати, щоб визначити, чи з’єднані дві вершини в графі, обчислити ступінь кожної вершини та знайти шляхи між вершинами. Також вони використовуються в різноманітних алгоритмах графів, таких як пошук у глибину, пошук у ширину та алгоритм Дейкстри [2].

Загалом, матриця суміжності — це універсальний інструмент, який можна використовувати в широкому діапазоні додатків, зацікавлених у зв’язках між різними об’єктами чи сутностями, особливо в контексті теорії графів і аналізу мереж.

M	a	b	c	d	e
a	0	11	10	9	15
b	11	0	3	12	18
c	10	3	0	11	17
d	9	12	11	0	8
e	15	18	17	8	0

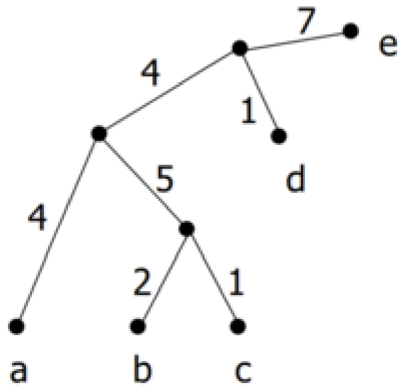


Рис.4 Приклад графа та його матриці відстаней

У математиці , інформатиці та особливо в теорії графів матриця відстані — це квадратна матриця (двовимірний масив), що містить попарні відстані між елементами набору. Кожен запис у матриці представляє найкоротшу відстань між двома вершинами графа. Якщо між двома вершинами немає шляху, запис зазвичай встановлюється на нескінченність (або нуль) [3].

Щоб побудувати матрицю відстаней для графа(Рис.1) спочатку представимо його матрицею суміжності, де кожен елемент (i, j) представляє наявність або відсутність ребра між вершинами i та j.

Ініціалізуємо матрицю відстані як копію матриці суміжності. Це означає, що якщо між вершинами i та j є ребро, матриця відстані повинна мати значення 1 у (i, j) та (j, i) позиціях, тоді як відстань від вершини до самої себе завжди дорівнює 0. А на місці де немає ребер(шляху) між вершинами, ставимо знак нескінченності. Після перетворень маємо таку матрицю відстаней:

	1	**2**	**3**	**4**	**5**
1	0	1	1	1	∞
2	1	0	∞	1	1
3	1	∞	0	1	∞
4	1	1	1	0	1
5	∞	1	∞	1	0

Рис.3 Матриця відстаней для графа

Загалом, матриця відстаней є потужним інструментом, який можна використовувати в широкому діапазоні програм, де цікавлять попарні відстані між об’єктами.

До широкого впровадження мобільних та комп’ютерів основним застосуванням матриці відстані було відображення відстані між містами, щоб допомогти з плануванням подорожей і перевезень. У цьому контексті матриця відстаней представляє попарні відстані між різними містами, і метою є знайти найкоротший можливий маршрут, який відвідує кожне місто рівно один раз [4].

На завершення, матриці суміжності та матриці відстаней є важливими інструментами для аналізу та представлення графів у теорії графів. Їх можна використовувати для визначення структури графа, обчислення відстані між вершинами та аналізу зв’язків між різними частинами графа. Розуміючи побудову та використання цих матриць, ми можемо отримати глибше розуміння властивостей і поведінки графів і застосувати ці знання до широкого кола проблем.

Список літератури

1. *Матриця суміжності та її побудова, URL:* https://studfile.net/preview/5740186/page:3/
2. *Застосування матриць суміжності, URL:* https://ela.kpi.ua/bitstream/123456789/35854/1/Teoriia_hrafiv.pdf
3. *Матриця відстані у теорії графів, URL:* https://en.wikipedia.org/wiki/Distance_matrix
4. *Практичне застосування матриць відстаней, URL :* https://www.displayr.com/what-is-a-distance-matrix/

УДК 004.6

Дорофєєв Є.О студент 1 курсу
спеціальності 122 «Комп'ютерні науки»
Науковий керівник:
Гончар В.М., асистент кафедри
інформаційних технологій

АЛГОРИТМИ ЗНАХОДЖЕННЯ ОПТИМАЛЬНОГО ПАРОСПОЛУЧЕННЯ У ДВУДОЛЬНИХ ГРАФАХ

Донецький національний університет імені Василя Стуса, м. Вінниця

Один з ключових питань у теорії графів - це знаходження оптимальних паросполучень у двудольних графах. Двудольні графи є особливими, оскільки їх вершини можна розділити на дві неперетинаючіся множини або "долі". Знаходження оптимального паросполучення полягає у знаходженні найбільшої множини ребер, які не мають спільних вершин та з'єднують вершини з однієї долі з вершинами з іншої долі.

Для вирішення цієї задачі розроблено кілька алгоритмів, серед яких одним з найвідоміших є алгоритм Унгарія, також відомий як алгоритм Куна. Цей алгоритм заснований на теорії матричних ігор та використовує метод пошуку шляхів з покращеннями.

Основна мета алгоритму Унгарія - знайти оптимальне паросочетання в біпартитному графі з мінімальною вагою або максимальним ваговим покриттям. Цей алгоритм заснований на використанні теорії графів та методів лінійного програмуваннях[1].

Опис алгоритму Унгарія: