

*Гапоянц Д. В. студентка 1 курсу  
спеціальності 122 «Комп'ютерні науки»  
Науковий керівник:  
Гончар В. М., асистент кафедри  
інформаційних технологій*

## **АЛГОРИТМИ ЗНАХОДЖЕННЯ МАКСИМАЛЬНОГО ПОТОКУ В МЕРЕЖАХ**

*Донецький національний університет імені Василя Стуса, м. Вінниця*

Невід'ємною складовою людського життя є виконання різноманітних алгоритмів – системи певних дій, які в результаті призводять до вирішення конкретної задачі. Алгоритми можуть бути як і простими та буденними, як от наприклад приготування кави, так і досить складними. Такі алгоритми застосовуються в різних науках, таких як фізика, математика, хімія, біологія та ін. для вирішення багатьох завдань.

Зокрема алгоритми є способом для розв'язання проблем теорії графів – області вивчення дискретної математики. Задачі теорії графів можуть полягати у знаходженні оптимального шляху у транспортній мережі, ефективного розподілу ресурсів, маршрутизації мережі тощо.

Одним із таких завдань теорії графів є знаходження максимального потоку в мережах. У наш час основними інструментами для його вирішення є алгоритми Форда-Фалкерсона, Едмондса-Карпа та Дініца. Ці алгоритми широко використовуються в різноманітних мережах, таких як в транспортних, залізничних, електричних, газопровідних, водопостачальних, телефонних мережах для розподілу потоків вантажу, струму, газу, води та повідомлень відповідно. [1]

Основи алгоритмів знаходження максимального потоку вперше були закладені Т. Е. Гаррисом та Ф. С. Россом у їхній праці “Fundamentals of a Method for Evaluating Rail Net Capacities” 1954 року. [2] Вже 1955 року Лестером Р. Фордом та Делбертом Фалкерсоном був розроблений славнозвісний алгоритм Форда-Фалкерсона, виствітлений у їхній спільній праці “Maximal flow through a network”. [3] З того часу процес вдосконалення та розробки нових алгоритмів знаходження максимального потоку був у постійному русі. Опублікований алгоритм Едмондса-Карпа у 1972 році, що є варіантом виконання алгоритму Форда-Фалкерсона з використанням BFS. Алгоритм Дініца у 1970 році є вдосконаленням попереднього, попри те, що був опублікований раніше. [4]

Почнемо з того, що кожен мережу можна представити у вигляді графа – структури, що має вершини (або вузли) та ребра (або дуги). Графи можуть бути орієнтованими та неорієнтованими. Орієнтовані зважені графи мають напрям та вагу (або пропускну здатність). В задачах, де застосовуються алгоритми знаходження максимального потоку, об'єктом дослідження є мережа, через яку

проходять певні потоки, і саме її пропускна здатність є визначальною для вирішення завдання. Початкова вершина графа називається джерело, кінцева – стік. [5]

Розглянемо детальніше в чому полягає суть алгоритму Форда-Фалкерсона. Наша задача – знайти максимальний потік мережі. Нижче наведено основні кроки для її вирішення:

1. Величині потоку присвоюємо значення 0:  $\forall e(v_i, v_j) \in E f(e) = 0$ ;
2. Обираємо шлях від джерела до стоку, так, щоб його дуги відповідали умові  $f(v_i, v_j) \leq c(v_i, v_j)$ . Якщо такого шляху немає, то потік у мережі максимальний;
3. В обраному шляху, який називається збільшуваним (augmenting path), знаходимо дугу з мінімальною пропускною здатністю  $C_{min}$ ;
4. Збільшуємо значення потоку на  $C_{min}$ , записуємо нові (залишкові) пропускні здатності ребер;
5. Повертаємось на крок 2, поки не залишиться жодного шляху, в якому можливо збільшити потік.

У результаті кроків 1-4 утворюється залишкова мережа (residual graph), яка визначає додатковий можливий потік. Кожне ребро залишкової мережі має значення залишкової пропускної спроможності (residual capacity), що дорівнює значенню поточного потоку віднятого від початкового значення пропускної здатності.

Також ми можемо знайти значення максимального потоку мережі, ввівши поняття розрізу:

1. Знаходимо розріз – множину ребер, при вилученні яких втрачається зв'язність графа і його здатність пропускати через себе потік. Розріз з мінімальною пропускною здатністю називається мінімальним.
2. Сума пропускних здатностей ребер, що утворюють мінімальний розріз є максимальною пропускною спроможністю мережі.

Якщо потоки в мережі розподіляються не оптимально, алгоритм Форда-Фалкерсона дозволяє модифікувати мережу задля її ефективнішого використання.

Алгоритм Форда-Фалкерсона також називають ітераційним, так як на кожній ітерації ми шукаємо збільшуваний шлях, який є шляхом від джерела до стоку в залишковому графі.

Пізніше був розроблений не менш відомий алгоритм Дініца, що визначається своєю ефективністю та швидкістю виконання. Алгоритм Дініца є поліноміальним алгоритмом із часом виконання  $O(V^2E)$ . На практиці він краще працює на дводольних графах і може працювати з великими розмірами цих графів. Алгоритм Дініца полягає в побудові так званої допоміжної мережі (level graph) із застосуванням методу BFS та DFS, за допомогою чого здійснюється знаходження максимального потоку.

Отже, алгоритми знаходження максимального потоку в мережах є надзвичайно важливим інструментом для їхньої побудови та оптимального розподілу потоків вантажів, транспорту, нафтогазових продуктів, інформації

тощо. Найвідомішими серед них є алгоритми Форда-Фалкерсона, Едмондса-Карпа та Дініца. Вони широко застосовуються для поліпшення людського побуту і значно полегшують наше життя.

### Список літератури

1. Ключка Т.А *Комп'ютерний порівняльний аналіз алгоритмів Дініца та Форда-Фалкерсона 2020*, с. 5, с. 25
2. Harris, T. E.; Ross, F. S. (1955). "Fundamentals of a Method for Evaluating Rail Net Capacities" (PDF). *Research Memorandum. Archived from the original (PDF) on 8 January 2014.*
3. Ford, L. R.; Fulkerson, D. R. (1956). "Maximal flow through a network". *Canadian Journal of Mathematics*. 8: 399–404
4. Yefim Dinitz (2006). "Dinitz' Algorithm: The Original Version and Even's Version". In Oded Goldreich; Arnold L. Rosenberg; Alan L. Selman (eds.). *Theoretical Computer Science: Essays in Memory of Shimon Even*. Springer. pp. 218–240
5. Ключка Т.А *Комп'ютерний порівняльний аналіз алгоритмів Дініца та Форда-Фалкерсона 2020*, с. 8, с. 5

УДК 004.42

*Ватаманеску С. В., студент 1 курсу спеціальності 122 «Комп'ютерні науки»  
Ніколюк П. К., професор,  
професор кафедри інформаційних технологій*

## РЕКУРСИВНІ АЛГОРИТМИ

*Донецький національний університет імені Василя Стуса, м. Вінниця*

### Вступ

Найважливішим навиком, яким повинен володіти фахівець з комп'ютерних наук, є вміння логічно мислити, яке, з одного боку, дано від природи, з іншого боку потребує старанної праці та відшліфовування цієї навички. Успішний майстер – це той, хто уміє мислити. Тому важливою складовою процесу підготовки фахівців ІТ-сфери є вироблення знань та навичок, які стосуються розуміння та використання сучасних моделей та методів обробки, аналізу та перетворення дискретної інформації.

Наразі, ми розберемо тему «Рекурсивних алгоритмів», де розглянемо його сенс, принцип роботи, використання та розуміння цього розділу.

### **Рекурсія, рекурсивні алгоритми: сенс і синтаксис**

**Рекурсія** – це є фундаментальним поняттям у математиці та інформатиці. У мовах програмування рекурсивна програма — це програма, яка посилається на