УДК 004.6

Молодченко Д. В., студент 1 курсу
спеціальності 122 «Комп'ютерні науки»
Науковий керівник:
Гончар В.М., асистент кафедри
інформаційних технологій

КОМБІНАТОРНА ТЕОРІЯ ЧИСЕЛ: ЗАДАЧІ ПРО СКЛАДНІСТЬ РОЗБИТТЯ НАТУРАЛЬНИХ ЧИСЕЛ НА СУМИ, ЗАДАЧІ ПРО ПРОСТІ ЧИСЛА ТА ЇХ РОЗПОДІЛ

Донецький національний університет імені Василя Стуса, м. Вінниця

Комбінаторна теорія чисел[1] вважається важливою галуззю математики, вона вивчає комбінаторні властивості чисел та числових послідовностей. Застосування для даної галузі математики знайшлося в багатьох різноманітних сферах, а саме: криптографія, теорія графів, теорія алгоритмів[2] та інформатика. У даній статті будуть розглянуті два основні аспекти комбінаторної теорії чисел: задачі про складність розбиття натуральних чисел на суми та задачі про прості числа та їх розподіл.

Розбиття натуральних чисел на суми

Одним з основних аспектів комбінаторної теорії чисел є розбиття натуральних чисел на суми. Ця тема лягає в основу багатьох комбінаторних задач, що стосуються підрахунку кількості способів покриття певної області, перестановок елементів та інших комбінаторних об'єктів.

Один зі способів розбиття натурального числа n на суми – це записати його як суму послідовних натуральних чисел. Наприклад, 4 можна розбити на суму 1+2+1, а 6 – на 2+4.

Іншим способом розбиття натурального числа на суми є використання теорії генеруючих функцій. Генеруюча функція – це формальний степеневий ряд, який містить інформацію про послідовність цілих чисел. Застосування генеруючих функцій дає можливість отримувати комбінаторні формули для підрахунку кількості розбиттів натурального числа на суму.

Для підрахунку кількості розбиттів натурального числа на суму частіше за все використовують формулу Каталана[3]. Ця формула має наступний вигляд:

$$\mathrm{P}(n) = \prod_{i=1}^{n-1} \frac{1}{1-x^i}$$

Де P(n) – це функція, що показує кількість розбиттів числа n на суму, а x^i - це змінна, яка вказує, скільки разів додане ціле число і входить до розбиття. Формула Каталана базується на рекурсивній формулі для підрахунку кількості розбиттів, яку відкрив французький математик Юджин Каталан.

Ця формула є дуже корисною для розв'язання різних задач комбінаторики, зокрема для підрахунку кількості розбиттів чисел на суму в задачах теорії чисел, комбінаторики та теорії графів. Вона має широкі застосування в наукових дослідженнях, що стосуються теорії чисел і комбінаторики і дозволяє швидко та ефективно обчислювати кількість розбиттів чисел на суму, що є важливим етапом великої кількості задач цих галузей математики.

Прості числа та їх розподіл

Інший важливий аспект комбінаторної теорії чисел – це прості числа та їх розподіл[4]. Прості числа є найбільш базовими структурними елементами в теорії чисел. Вони не можуть бути розкладені на добуток інших чисел, окрім одиниці та самого себе. Вивчення розподілу простих чисел в натуральних числах є однією з центральних проблем теорії чисел, яка має велике значення у криптографії, теорії алгоритмів та інших областях інформатики.

Один зі способів вивчення розподілу простих чисел - це використання так званих "первинних ділителів". Ідея полягає у тому, що кожне натуральне число може бути записане у вигляді добутку простих чисел. Застосовуючи цей підхід, можна досліджувати розподіл простих чисел у певному діапазоні натуральних чисел.

Іншим підходом є використання так званих "простих користувачів". Цей метод полягає у тому, що розподіл простих чисел можна вивчити, аналізуючи поведінку простих чисел на числовій прямій та їх відстані між сусідніми простими числами.

Існує формула для функції розподілу простих чисел. Її запропонував Леонард Ойлер у 1737 році. Вона є однією з найвідоміших формул у теорії чисел. Використовується для опису поведінки функції pi(x), яка показує кількість простих чисел менших або рівних x.

Формула:

$$\pi(x) \sim \frac{x}{\ln x}$$

Де ln x – натуральний логарифм числа x. Ця формула є доволі точною для великих значень x, і дозволяє зробити приблизну оцінку кількості простих чисел в діапазоні до x.

Комбінаторна теорія чисел є важливою галуззю математики, яка знайшла застосування в багатьох областях. У цій статті ми розглянули два основні аспекти комбінаторної теорії чисел: розбиття натуральних чисел на суми та прості числа та їх розподіл. Обидва аспекти мають велике значення у криптографії, теорії алгоритмів та інших областях інформатики. Вивчення цих питань дає можливість розв'язувати складні комбінаторні задачі та робити висновки про поведінку числових послідовностей.

Список літератури:

1. *An introduction to the Theory of Numbers – Г. Х. Харді та Е. М. Райт.*
2. *Prime Numbers: A Computational Perspective. Second Edition – Р. Крандал, К. Померанс*
3. *Wolfram MathWorld”- https://mathworld.wolfram.com/Part itionFunctionP.html*
4. *Introduction to Analytic Number Theory – Т. Апостол*