

*Юстименко Є. А. студент 2  
курсу спеціальності 122  
«Комп'ютерні науки»,  
Труханська В. О. студентка 2  
курсу спеціальності 122  
«Комп'ютерні науки»  
Науковий керівник:  
Потапова Н. А., к.е.н., доцент,  
доцент кафедри інформаційних  
технологій*

## **ПОРІВНЯЛЬНИЙ АНАЛІЗ ЧИСЕЛЬНИХ МЕТОДІВ ДИФЕРЕНЦІЮВАННЯ ФУНКЦІЙ**

*Донецький національний університет імені Василя Стуса, м. Вінниця*

Диференціювання – це одна з найважливіших математичних операцій. Без неї неможливо обійтися при дослідженні функцій, при розв'язанні задач на екстремуми. Чисельне диференціювання функцій широко застосовується у тих випадках, коли функцію важко або навіть неможливо продиференціювати аналітично. Наприклад, необхідність у чисельному диференціюванні виникає у тому випадку, коли функція задана не аналітично, тобто формулою, а таблично або за допомогою алгоритму обчислення функції у довільній точці. Крім того, формули чисельного диференціювання широко використовуються при розробці обчислювальних методів розв'язання багатьох задач, наприклад, під час розв'язання диференціальних рівнянь, пошуку розв'язків систем нелінійних рівнянь, пошуку точок екстремуму функцій цій і т.д.

В залежності від особливостей поставленої задачі та від вимог до її розв'язання можуть бути використані різні методи чисельного диференціювання. У випадку, коли функція має складне аналітичне вираження, зазвичай застосовують методи, засновані на використанні інтерполяційних поліномів. Для цього достатньо замінити початкову функцію її інтерполяційним поліномом, а потім продиференціювати його. Окрім інтерполювання в чисельному диференціюванні застосовуються ще сітчасті методи. При цьому обчислюються значення похідних у вузлах сітки на скінченному відрізку.

1. Інтерполяційні методи чисельного диференціювання. Ці методи відрізняються інтерполяційною функцією, закладеною в основу метода. В такому випадку в основі методу часто лежить інтерполяційний поліном Ньютона або інтерполяційний поліном Лагранжа. При цьому вузли таблично заданої функції можуть бути рівновіддаленими або не рівновіддаленими. В залежності від цього можна використовувати поліном Ньютона для рівновіддалених або нерівновіддалених вузлів. Різницеві методи. При використанні інтерполяційного полінома Ньютона прирости аргумента (різниці) можуть відкладатися вправо,

вліво або в обидва боки від досліджуваної точки. Недоліком цього методу, який ще має назву метод скінчених різниць, є досить низька точність. При цьому метод двосторонніх (або центральних) різниць має більш високу точність. Ще одним недоліком різницевих методів чисельного диференціювання є те, що класичні наближення скінченими різницями містять неусувну похибку і є погано обумовленими, тобто дуже чутливими до коливань вхідних змінних.

2. Окрім різницевих методів чисельного диференціювання виділяють і безрізницеві методи. Вони використовуються тоді, коли зручніше мати справу не з скінченими різницями функції, а з її значеннями в певних точках. В такому випадку зручно користуватись інтерполяційним поліномом Лагранжа.

3. Метод невизначених коефіцієнтів. Цей метод часто використовують у випадку довільного розташування вузлів. Також він використовується в багатовимірному випадку, коли побудувати інтерполяційний многочлен досить складно. Він дозволяє уникнути громіздких виразів і обчислити значення похідних будь якого порядку у вузлах інтерполяції.

4. Сітчастий метод диференціювання. Цей метод дозволяє наближено обчислити похідну будь-якого порядку у вузлах сітки з заданою точністю. Використовується цей метод для достатньо гладких функцій.

5. Чисельне диференціювання сплайнами. Цей метод полягає у диференціюванні сплайну з мінімальною нормою похідної, яка апроксимує цю функцію. При використанні даного методу треба враховувати необхідність задання крайових умов. Також треба враховувати, що сплайн володіє властивістю появи коливань, амплітуда яких росте по мірі віддалення від границі. Чим з більшою похибкою задана похідна на границі, тим раніше виникають коливання в сплайн-функції. Щоб зменшити похибку, яка виникає при цьому, має сенс розбити область на декілька підобластей і на кожній з них будувати свій сплайн з мінімальною нормою похідної.

Таким чином, можна зробити висновок, що, незважаючи на велике різноманіття методів чисельного диференціювання функцій не можна однозначно зупинитись на якомусь одному з методів. Універсальних методів диференціювання не існує. Для того, щоб коректно та швидко розв'язати поставлену задачу, треба її всебічно проаналізувати, виділити ті вимоги до розв'язку, які є ключовими. І лише після цього можна приступити до вибору оптимального для заданих умов методу.

## Список літератури

3. Кашперук В. І. Чисельні методи математичної фізики. К.: Наукова думка, 2004. 430 с.
4. John R. Rice *Numerical Differentiation: Methods for Computer Science, Engineering, and Mathematics*. Academic Press: 2014. 720 с.
5. Волонтир Л.О., Зелінська О.В., Потапова Н.А., Чіков І.А. Чисельні методи. Навчальний посібник. Вінниця: ВНАУ, 2020. 322 с.