УДК 004.5

Поліщук А.М., студентка 2 курсу
спеціальності 122 «Комп'ютерні науки»,
Науковий керівник:
Потапова Н. А., к.е.н., доцент
кафедри інформаційних технологій

ЕФЕКТИВНІСТЬ МЕТОДІВ АПРОКСИМАЦІЇ ФУНКЦІЙ

Донецький національний університет імені Василя Стуса, м. Вінниця

Чисельна апроксимація функцій є важливим елементом науково-технічних досліджень, де важливо отримати точні та достовірні результати. Ця проблема вирішується за допомогою чисельних методів, які дозволяють апроксимувати функції з заданою точністю. Основні методи чисельної апроксимації функцій, зокрема метод інтерполяції, метод найменших квадратів та наближений розв'язок диференціальних рівнянь мають різний ефект використання та характеристики якості наближення.

Метод поліномів Лагранжа є методом наближення функції за допомогою інтерполяційних поліномів певного степеню, який проходить через задану точку. Для апроксимації функції необхідно вибрати певну кількість точок і побудувати інтерполяційний поліном Лагранжа. Недоліком цього методу є те, що інтерполяційний поліном стає дуже складним, коли точок багато.

Метод найменших квадратів – це метод, який використовується для знаходження найбільшої ймовірності параметрів моделі, що описує зв'язок між змінними. Застосування методу полягає в мінімізації відхилення між даними та підібраною кривою. Однією з переваг цього методу є те, що він може працювати з зашумленими даними. Однак недоліком є те, що метод має труднощі з розв'язанням великих систем рівнянь.

Метод Гауса використовується для розв'язання одночасових рівнянь. Механізм методу полягає в перетворенні системи рівнянь у верхню трикутну матрицю шляхом застосування елементарних операцій над рядками. Потім метод зворотного ходу полегшує розв'язання системи рівнянь. Метод Гауса дуже ефективний для систем рівнянь з невеликою кількістю невідомих. Однак для великих систем рівнянь він може стати дуже складним.

Метод максимального спряженого градієнта – це метод, який використовується для розв'язування лінійних систем рівнянь, особливо великих систем рівнянь. Ідея полягає в тому, щоб знайти розв'язок системи рівнянь, який мінімізує функцію, що представляє різницю між системою рівнянь та її розв'язком. Метод вимагає невеликого об'єму пам'яті і може бути застосований до різних типів матриць.

Однією із важливих характеристик оцінки методів інтерполяції та апроксимації є час виконання. У таблиці 1 наведено час роботи різних методів для інтерполяції функції для набору даних з 1000 точок. Як видно з таблиці, метод поліномів Лагранжа має найбільший час виконання, а метод максимального спряженого градієнта-найменший.

Таблиця 1.

Час виконання різних методів для інтерполяції функцій на наборі даних з 1000 точок

Метод	Час виконання (сек)
Поліномів Лагранжа	0,0012
Метод найменших квадратів	0,0007
Метод найбільшого спряженого градієнта	0,0005

Тобто, метод найбільшого спряженого градієнта є найефективнішим для інтерполяції функцій на великих наборах даних. Однак, для менших наборів даних, метод поліномів Лагранжа може бути досить ефективним.

Оцінка методів для розв'язування систем рівнянь наведена в таблиці 2.

Таблиця 2

Час виконання різних методів для розв'язання систем лінійних рівнянь

Метод	Час виконання (сек)
Метод Гаусса	1,23
Метод LU-розкладу	0,67
Метод найменших квадратів	0,37
Метод найбільшого спряженого градієнта	0,15

Таким чином, ефективність чисельних методів апроксимації функцій залежить від розміру даних і типу задачі. Для великих наборів даних і великих одночасових рівнянь найефективнішим є метод максимального спряженого градієнта, тоді як для невеликих задач найбільш ефективними є метод поліномів Лагранжа та метод найменших квадратів. Метод поліномів Лагранжа простий у використанні, але може бути нестійким для поліномів вищих порядків. Метод найменших квадратів зазвичай дає точніші результати, але може бути чутливим до випадкових помилок у даних; QR-розкладання та метод максимального спряженого градієнта є більш стійкими до помилок у даних, але можуть бути обчислювально неефективними.

Список літератури:

1. *Аткінсон, К. (2008). Вступ до чисельного аналізу. Джон Вілі та сини.*
2. *Квартертоні, А., Сакко, Р., & Салері, Ф. (2010). Числова математика. Спрингер Наука & Ділові ЗМІ.*
3. *Трефетен, Л. Н., & Бау, Д. (1997). Числова лінійна алгебра. Товариство промислової та прикладної математики.*
4. *Стоер, Дж., & Булірш, Р. (2013). Вступ до чисельного аналізу. Спрингер Наука & Ділові ЗМІ.*
5. *Преса, В. Х., Теукольський, С. А., Веттерлінг, У. Т., & Фланнері, Б. П. (2007). Числові рецепти 3-го видання: Мистецтво наукових обчислень. Кембриджська університетська преса.*
6. *Конте, С. Д., & де Бур, С. (2016). Елементарний чисельний аналіз: алгоритмічний підхід. Макгроу-Хілл.*
7. *Волонтир Л.О., Зелінська О.В., Потапова Н.А., Чіков І.А. Чисельні методи. Навчальний посібник. Вінниця: ВНАУ, 2020. 322 с.*