Результат:

```
Внутрішня ставка доходності (IRR): 8.90%
```

Метод хорд виявляється швидким та простим інструментом для розв'язання систем нелінійних алгебраїчних рівнянь у фінансовій аналітиці, здатним забезпечити швидке наближене розв'язання. Проте він може бути менш ефективним у складних моделях, тому рекомендується використовувати його разом з іншими методами для досягнення більшої точності.

Список використаних джерел

1. Kincaid D., Cheney W. Numerical Analysis: Mathematics of Scientific Computing. American Mathematical Society. 2002.
2. Brigham E. F., Houston J. F. Fundamentals of Financial Management. Cengage Learning. 2018.
3. Hull J. C. Options, Futures, and Other Derivatives. Pearson Education. 2017.

УДК 004.6

Клименко А. Р., *здобувачка 2 курсу*
спеціальності 122 Комп'ютерні науки,
науковий керівник:
Фриз І. В., *канд. фіз.-мат. наук,*
старший викладач кафедри
інформаційних технологій

НАБЛИЖЕНІ МЕТОДИ РОЗВ'ЯЗАННЯ СИСТЕМ ЛІНІЙНИХ РІВНЯНЬ У ПРИКЛАДНИХ ДОСЛІДЖЕННЯХ

Донецький національний університет імені Василя Стуса, м. Вінниця

Системи лінійних рівнянь є основними складниками різних галузей прикладних досліджень, включно з інженерією, фізикою, економікою та ін. Ці системи часто є великими та складними, що робить точні методи розв'язання непрактичними. Відповідно, щоб полегшити роботу з великою кількістю даних, були розроблені наближені методи, які ефективно надають розв'язання з прийнятною точністю.

Найбільш приваблива особливість ітераційних (наближених) методів полягає в тому, що весь обчислювальний процес зводиться до повторюваної послідовності відносно простих дій (ітераційних кроків), як-от множення матриці на матрицю або матриці на вектор.

Основною ідеєю методів наближеного розв'язання є те, що рішення системи:

$$Ax = b,$$

де A – матриця коефіцієнтів, x – вектор невідомих, b – вектор вільних членів, знаходиться як границя послідовних наближень $x^{(n)}$ при $n \to \infty$, де n – номер ітерації. Щоб застосувати ітераційні методи, необхідно задати початкове значення невідомих $x^{(0)}$ і точності обчислень $\varepsilon > 0$. Обчислення проводяться доти, поки не буде виконана оцінка:

$$\left\| x^{(n)} - x^{(n-1)} \right\| \le \varepsilon.$$

Головна перевага наближених методів – точність шуканого рішення задається.

Для досягнення заданої точності ε, необхідне число ітерацій $n = n(\varepsilon)$. Воно є основною оцінкою якості методу, оскільки за допомогою цього числа порівнюють різні методи за часовими характеристиками.

Основний недолік цих методів полягає в питанні збіжності ітераційного процесу, оскільки це вимагає окремого дослідження. Наразі доведені теореми про збіжність наближених методів дійсні лише для систем, що мають обмеження на матриці [1].

Основні ітераційні методи включають: метод Якобі, метод Гауса–Зейделя і послідовної верхньої релаксації. В їх основі лежить систематичне уточнення значень змінних, що були задані на початку розрахунку [2].

Кожен із цих методів має свої особливості та застосування. Тож давайте розглянемо їх точніше.

Метод Якобі оновлює кожен компонент вектора розв'язку незалежно, на основі попередньої ітерації. На початку розв'язання маємо вже раніше згадану систему лінійних рівнянь $Ax = b$. Розділимо матрицю коефіцієнтів A на діагональну (D), нижню трикутну (L) та верхню трикутну (U) частини:

$$A = D + L + U.$$

Переписуємо систему рівнянь, виокремлюючи діагональну частину (D):

$$Dx = b - (L + U)x.$$

З огляду на це ітераційна формула розв'язання для кожного компонента вектора x на ітерації матиме вигляд:

$$x_i^{(k+1)} = \frac{1}{a_{ii}}(b_i - \sum_{j \neq i} a_{ij} x_j^{(k)}).$$

Метод Якобі простий у реалізації, але він повільно збігається і вимагає діагональної домінантності матриці A для гарантованої збіжності.

Метод Гауса–Зейделя є удосконаленням методу Якобі і оновлює кожен компонент послідовно, використовуючи останні доступні значення у поточній ітерації. Вектор невідомих значень x можна виразити через попередні та поточні наближення:

$$x_i^{(k+1)} = \frac{1}{a_{ii}}(b_i - \sum_{j<i} a_{ij} x_j^{(k+1)} - \sum_{j>i} a_{ij} x_j^{(k)}).$$

Цей метод загалом збігається швидше за метод Якобі, але також вимагає діагональної домінантності матриці для забезпечення збіжності.

Метод послідовної верхньої релаксації (SOR) є розширенням методу Гауса–Зейделя, вводячи фактор релаксації ω для прискорення збіжності. Правильний вибір ω є критичним для оптимізації продуктивності, і він ефективний для певних типів матриць. Вектор невідомих знаходиться за формулою:

$$x_i^{(k+1)} = (1 - \omega) x_i^{(k)} + \frac{\omega}{a_{ii}}(b_i - \sum_{j<i} a_{ij} x_j^{(k+1)} - \sum_{j>i} a_{ij} x_j^{(k)}).$$

Метод SOR може значно прискорити збіжність, порівняно з методом Гауса–Зейделя, завдяки введенню параметра релаксації ω, який оптимізує процес ітерацій. Значення ω зазвичай вибирається експериментально або за допомогою аналізу [3].

У прикладних дослідженнях наближені методи широко застосовуються в різних галузях. У структурній інженерії вони є важливими для аналізу великих структур, як-от мости та будівлі. Методи, як-от Гауса–Зейделя або SOR, використовуються для моделювання потоку рідини в реальному часі, надаючи критичні дані для аеродинаміки та прогнозування погоди. В економіці моделі, що включають кілька змінних і обмежень, часто приводять до великих лінійних систем, де ітераційні методи допомагають у наближеному розв’язанні задач рівноваги, оптимізації розподілу ресурсів та прогнозуванні економічних тенденцій. У машинному навчанні, особливо під час навчання великомасштабних лінійних моделей, приблизні методи застосовуються для обробки масивних наборів даних.

Методи наближеного розв’язання мають свої переваги та обмеження. Основні переваги включають: *масштабованість*, оскільки вони можуть обробляти дуже великі системи, розв’язання яких є нездійсненною задачею для точних методів; *ефективність,* оскільки ітераційні методи можуть збігатися до розв’язання швидше, ніж прямі методи, особливо для розріджених систем; *гнучкість*, адже ці методи можуть бути адаптовані та поєднані з різними техніками для покращення продуктивності.

Основні обмеження включають: *проблеми збіжності*, оскільки не всі ітераційні методи гарантують збіжність, і їх продуктивність сильно залежить від властивостей матриці; *точність,* адже наближені методи надають розв’язки з компромісом у точності, що може бути неприйнятним для застосування; *чутливість до параметрів,* оскільки методи, як-от SOR, вимагають ретельного налаштування параметрів для досягнення оптимальної продуктивності, додаючи складності до їх реалізації [4].

Наближені методи розв’язання систем лінійних рівнянь є незамінними в прикладних дослідженнях завдяки їх здатності ефективно обробляти великі та складні задачі. Ітераційні техніки, як-от методи Якобі та Гауса–Зейделя, пропонують надійні розв’язання у різних галузях. Хоча ці методи мають свої обмеження, їх переваги в масштабованості й ефективності роблять їх важливими інструментами в обчислювальному арсеналі дослідників та практиків.

Список використаних джерел

1. Квєтний Р. Н. Методи комп’ютерних обчислень: навчальний посібник. Вінниця: ВДТУ, 2001. 148 с.

2. Чисельні методи: навчальний посібник / Л. О. Волонтир, О. В. Зелінська, Н. А. Потапова, І. А. Чіков. *Вінницький національний аграрний університет.* Вінниця: ВНАУ, 2020. 322 с.

3. Шахно С. М., Дудикевич А. Т., Левицька С. М. Практична реалізація чисельних методів лінійної алгебри: навчальний посібник. Львів: Видавничий центр ЛНУ імені Івана Франка, 2009. 137 с.

4. Чисельні методи: конспект лекцій / О. В. Шебаніна, С. І. Тищенко, І. І. Хилько, В. О. Крайній. Миколаїв: МНАУ, 2023. 100 с.