

4. Russell S., Norvig P. Artificial Intelligence: A Modern Approach. 2010. Prentice Hall.
5. Sutton R. S., Barto A. G. Reinforcement Learning: An Introduction. 2018. MIT Press.

УДК 512.54:004.738:519.17

Коновалюк І. Л., здобувачка 2 курсу спеціальності 122 Комп'ютерні науки, Вєтров О. С., старший викладач кафедри інформаційних технологій

НУМЕРАЦІЯ ПЕРЕСТАНОВОК

Донецький національний університет імені Василя Стуса, м. Вінниця

У світі математики перестановки є однією з ключових тем, яка відіграє важливу роль у різних математичних теоріях і практичних застосуваннях. Поняття перестановки виникає в контексті упорядкування скінченних множин, де кожен елемент займає своє визначене місце. Ця тема має глибокі корені і знаходиться у центрі досліджень комбінаторики, теорії ймовірностей, теорії графів та ін.

Перестановкою (the permutation) із n елементів називається будь-яка скінченна послідовність, яка одержується внаслідок упорядкування деякої скінченної множини, складеної з n елементів. Число всіх можливих перестановок із n елементів позначається як P_n [1]. Це число дорівнює добутку всіх цілих чисел від 1 до n . Число можливих перестановок із n елементів певного числового набору дорівнює добутку натуральних чисел від 1 до n .

Наприклад, якщо маємо множину з 3 елементів, кількість можливих перестановок буде:

$$P_3 = 3! = 3 \times 2 \times 1 = 6.$$

Розрахунок перестановок дає нам змогу з'ясувати різні варіанти розташування елементів набору, забезпечуючи водночас незмінну їх кількість. Кількість перестановок позначається як P_n , де n – кількість елементів множини. Перестановки обчислюються за формулою $P_n = n!$:

$$\begin{pmatrix} 1 & 4 & 3 & 2 \\ 3 & 1 & 2 & 4 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 3 & 1 & 2 & 4 & 5 \end{pmatrix}.$$

Рис. 1. Приклад перестановок двох наборів чисел

Перестановки – це аранжування елементів у певному порядку. Вони можуть бути корисні в різних областях математики, комп'ютерних наук, криптографії та багатьох інших сферах. Один із видів перестановок – нумерація перестановок. Це спосіб присвоєння унікального числа кожній можливій перестановці набору елементів.

Наприклад, розглянемо набір $\{1, 2, 3\}$. Його можна переставити у шість можливих способів: $\{1, 2, 3\}$, $\{1, 3, 2\}$, $\{2, 1, 3\}$, $\{2, 3, 1\}$, $\{3, 1, 2\}$, $\{3, 2, 1\}$. Нумерація перестановок дає змогу присвоїти кожній із цих перестановок унікальний номер або індекс, що дуже корисно під час обчислень та аналізу.

Формули для обчислення числа можливих перестановок та для визначення індексу конкретної перестановки можуть змінюватися залежно від конкретного

методу нумерації. Однак у загальному випадку число можливих перестановок n елементів може бути обчислене як n факторіал, тобто $n!$.

Нумерація перестановок знайде застосування у криптографії для генерації ключів шифрування, у комбінаториці для розв'язання задач на обчислення кількості можливих розташувань, у програмуванні для створення ефективних алгоритмів сортування та багато інших областях, де потрібно аналізувати або працювати зі змінними наборами елементів.

Одна з ключових формул для обчислення індексу перестановки у нумерації перестановок – це формула Лейхарда–Роуза. Для заданої перестановки π довжини n ця формула визначає її індекс $P(\pi)$ за таким правилом:

$$P(\pi) = \sum_{i=1}^n ((\pi(i)-1) \cdot (n-i)!).$$

Тут $\pi(i)$ – це i -тий елемент перестановки a $(n-i)!(n-i)!$, факторіал решти незафіксованих елементів після i -того.

Ця формула є ключовою у роботі з нумерацією перестановок, оскільки вона дає змогу ефективно перетворювати перестановки у відповідні числові індекси та навпаки.

Поняття множини – одне з невизначених понять у математиці (наприклад, множина натуральних чисел). Об'єкти, з яких складається множина, називаються елементами множини. Множина, що складається зі скінченної кількості елементів, називається скінченною множиною. Такими множинами є: множина всіх двоцифрових чисел, множина вершин даного многокутника і множина його діагоналей. Множина, що містить нескінченну кількість елементів, називається нескінченною множиною. Нескінченна множина – це множина всіх натуральних чисел. Множина, яка не містить елементів, називається порожньою.

Множина – одне з найважливіших понять сучасної математики. Поняття множини введено аксіоматично як сукупність певних об'єктів довільної природи [2], і тому множину не можна означити, застосовуючи інші означені поняття. Навпаки, поняття «множина» охоплює безліч інших понять, що виходять за межі сфери математики. Ми можемо посилатися на набір книг у конкретній бібліотеці, набір літер, із яких складається український алфавіт, набір усіх розв'язків даного рівняння, набір різноманітних геометричних фігур або навіть набір, що складається з інших наборів.

Одним із найважливіших застосувань перестановок є їх застосування в криптографії. У криптографії перестановки використовуються для створення паролів, які захищають конфіденційні дані. Наприклад, шифр перестановки змінює порядок символів у повідомленні на основі певного ключа, що ускладнює доступ до нього без ключа.

Ще однією важливою областю застосування перестановок є комбінаторика. У комбінаториці перестановки використовуються для вирішення різноманітних задач щодо розташування об'єктів.

У сфері алгоритмів перестановки використовуються для сортування даних, пошуку оптимальних рішень та інших операцій обробки даних. Наприклад, алгоритм швидкого сортування використовує перестановки для швидкого сортування

масиву. До того ж перестановки використовуються в алгоритмах, які оптимізують розташування даних у пам'яті комп'ютера.

У математичному моделюванні перестановки використовуються для аналізу різних систем і процесів. Наприклад, їх можна використовувати для вивчення маршрутизації, аналізу графів та інших математичних структур у комп'ютерних мережах.

До того ж аранжування можуть знайти застосування в теорії музики, для аналізу та створення музичних творів. Наприклад, порядок нот у мелодії або розташування музичних фраз можна відобразити аранжуваннями.

Усі ці приклади демонструють важливість і універсальність механізмів у різних галузях науки і техніки, що робить їх незамінними інструментами для аналізу, обробки та захисту даних, а також для вирішення різноманітних математичних і практичних задач. Отже, перестановки виявляються важливим та універсальним інструментом у багатьох галузях науки та технологій. Розуміння їх концепції та застосування дає змогу розв'язувати різноманітні математичні та практичні задачі, що робить їх незамінним елементом у сучасному світі.

Список використаних джерел

1. Васильків І. М. Основи теорії ймовірностей і математичної статистики: навч. посібник. Львів: ЛНУ імені Івана Франка, 2020.
2. Дороговцев А. Я. Математичний аналіз. Частина 1. Київ: Либідь, 1993.
3. Ferreiros J. Labyrinth of Thought: A History of Set Theory and Its Role in Modern Mathematics. Birkhäuser Basel, 2007.

УДК 519.642 004.424.5.021

Левченко М. Р., здобувачка 2 курсу спеціальності 122 Комп'ютерні науки, Ветров О. С., старший викладач кафедри інформаційних технологій

ІСТОРІЯ ТА РОЗВИТОК АЛГОРИТМУ ШВИДКОГО СОРТУВАННЯ

Донецький національний університет імені Василя Стуса, м. Вінниця

Швидке сортування (QuickSort) – це один із найпотужніших та найпоширеніших алгоритмів сортування, який має широке застосування у комп'ютерних науках та програмуванні. Саме його унікальна комбінація простоти реалізації та високої ефективності робить QuickSort об'єктом численних досліджень і вдосконалень з моменту його створення [1]. Алгоритм QuickSort, або ж qsort, був розроблений понад 40 років тому британським комп'ютерним вченим Тоні Хоаром у 1960 році під час його роботи в московському університеті. На той час основною задачею було створення алгоритму сортування, який був би ефективнішим за наявні методи. Хоар спочатку розробив QuickSort для сортування слів у словнику англійської мови, що стало основою для подальших досліджень та вдосконалень алгоритму [2].